Олимпиадные задания (III региональный этап)
Математика 9

03.11.2022 09:30-12:30

1-часть: Задание оценивается в 7 баллов.

Докажите следующее неравенство, если для положительных действительных чисел a, b, c известно, что $abc = 1$

$$\frac{a^3+1}{b^2-b+1}+\frac{b^3+1}{c^2-c+1}+\frac{c^3+1}{a^2-a+1}\geq 6$$

2-часть: Задание оценивается в 7 баллов.

Решите уравнение в простых числах $2^p = q^q + q + 2$

3-часть: Задание оценивается в 10 баллов.

На доске написаны числа от 1 до 2022. На каждом действии можно выбрать двое из них и прибавить 1 к каждому. Можно ли с помощью подобных операций в конечном количестве действий все числа на доске приравнять друг к другу?

4-часть: Задание оценивается в 10 баллов.

На трапеции ABCD известно, что AD||BC. Внутренняя биссектриса угла A и внутренняя биссектриса угла C пересекаются в точке M. Внутренняя биссектриса угла B и внутренняя биссектриса угла D пересекаются в точке N. Докажите, что точки A, D, M, N лежат на одной окружности.

5-часть: Задание оценивается в 16 баллов.

Тохир и Джахонгир по очереди написали на доске без повторений делители числа 2022!*2023!, кроме 1. Проиграет, тот после которого на доске получается два взаимно простых числа. Кто выиграет, если Тохир начал игру?